

Aplicación de Algoritmos Genéticos en la Optimización del Sistema de Abastecimiento de Agua de Barquisimeto-Cabudare y áreas adyacentes

Autor: Rincón Ortiz, Jean Carlos.

Departamento de Ingeniería Hidráulica y Sanitaria
Decanato de Ingeniería Civil UCLA
Barquisimeto Edo. Lara

RESUMEN

En vista de la problemática existente en Venezuela en cuanto a los recursos hídricos y económicos, se elaboró la propuesta de una metodología de optimización de sistemas de abastecimiento de agua a nivel de proyectos de expansión, basada en los principios fundamentales de los Algoritmos Genéticos; para luego ser aplicada al sistema que abastece en primera instancia a las ciudades de Barquisimeto Cabudare y en segundo lugar a las poblaciones de Quibor y El Tocuyo. Para ello, primeramente se estructuró el modelo partiendo de la teoría básica, y para proceder a su aplicación se recopiló toda la información requerida como las disponibilidades superficiales de la zona, las demandas urbanas del sistema planteado, las estimaciones de los costos considerados en el modelo, entre otras. Seguidamente se formularon las alternativas, se definió la función objetivo así como las restricciones y por último se programó el modelo del sistema utilizando el lenguaje de programación Visual Basic 6.0. Antes de su ejecución definitiva, se realizaron varias experimentaciones a fin de determinar los parámetros del algoritmo y una vez encontrados se realizó la corrida del modelo a cinco escenarios alternativos, para su posterior análisis. Con éste trabajo se verifica la versatilidad que tienen los algoritmos genéticos en resolución de problemas de este tipo y en cuanto a su aplicación en el sistema de abastecimiento de agua de Barquisimeto Cabudare queda en evidencia la necesidad inmediata de ampliación que requiere el sistema para evitar una crisis y un conflicto social en cuanto al recurso.

Introducción

El desarrollo de las ciudades lleva consigo un crecimiento poblacional al cual hay que brindarle los servicios, entre ellos el agua. La escasez de este vital líquido en el mundo y el deterioro de su calidad originado por la contaminación, han hecho que los desequilibrios entre la oferta y la demanda se acentúen cada vez más.

Ante ésta situación la solución es planificar el uso del recurso hídrico, atendiendo diversos factores, generalmente el económico debido a las crisis económicas que muchos países de América Latina y el mundo atraviesan en la actualidad.

Esto es posible mediante la aplicación de técnicas de optimización que ayuden a la toma de decisiones en la gestión de los recursos hidráulicos. Las técnicas que comúnmente se utilizan son de tipo exacto, pero estos poco suelen adaptarse a los problemas de ingeniería por la no linealidad que tienen los problemas que generalmente se presentan, entre otras causas.

Hoy en día, el uso de los metaheurísticos ha ayudado a aliviar este problema, los cuales son métodos aproximados basados en los principios generales de Inteligencia Artificial. Uno de ellos son los Algoritmos Genéticos.

En este trabajo se presenta la propuesta de una

metodología para la optimización de sistemas de abastecimiento de agua, aplicando la teoría de Algoritmos Genéticos. Dicha metodología se utilizará en el sistema que abastece a las ciudades de Barquisimeto-Cabudare. Además de ello se realiza una experimentación del modelo con el fin de conocer los valores de los parámetros a utilizar y el estudio de varios escenarios alternativos para dar solución al problema planteado en cuanto al abastecimiento de estas ciudades.

OBJETIVOS DEL ESTUDIO

Con este trabajo se busca aplicar la teoría de algoritmos genéticos, en la optimización del sistema de abastecimiento de agua de Barquisimeto-Cabudare y áreas adyacentes de manera tal, que permita evaluar distintos proyectos de expansión en función de sus costos y garantice el cumplimiento de las demandas.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

Desarrollo del Modelo

Para la aplicación del modelo se deben definir las alternativas que serán evaluadas por el modelo tanto las que ya están construidas como las que están propuestas. Cada alternativa debe estar asociada a

una capacidad, que representa el mayor caudal que podría ser conducido por cada aducción. Además debe definirse para cada una la longitud de aducción, el desnivel en la aducción y el tipo de aducción (gravedad o bombeo).

De igual manera, el horizonte de planificación, el número de periodos en que será dividido dicho horizonte y las demandas del sistema para cada periodo deben conocerse.

Por último se debe desarrollar la formulación matemática del modelo, en otras palabras, se debe definir la función objetivo y las restricciones. En el caso de estudio la función objetivo sería minimizar costos y las restricciones se podrían englobar en 2 aspectos, una referente a las capacidades y otra a la satisfacción de las demandas.

1. Datos del modelo: Para la aplicación de un modelo basado en algoritmos genéticos se requieren parámetros tales como: número de individuos de la población, número de iteraciones, probabilidad de Cruce, probabilidad de Elitismo, Porcentaje de los diferentes tipos de Cruce que se establezcan.

2. Codificación: Para realizar la codificación se debe determinar el número de caracteres que se requieren para representar un caudal de la alternativa i del período k , y así determinar la longitud de la cadena binaria.

El número de caracteres depende de la precisión que se desee y de la capacidad de cada alternativa. Este número puede ser determinado a través de la siguiente ecuación:

$$m_j \geq \log_2 \left(\frac{b_j - a_j}{\epsilon} + 1 \right)$$

Donde m_j es el número de caracteres requeridos, n representa el número de dígitos deseados después del punto decimal y (a_j, b_j) representa el dominio de la variable, que para el modelo sería entre 0 y la capacidad de cada alternativa.

3. Generación de la población inicial: Para cada individuo de la población inicial se debe generar de manera aleatoria combinaciones de 1s y 0s hasta alcanzar la longitud de cadena requerida. Dicha cadena debe ser transformada a una matriz de $n \times m$, donde n es el número de alternativas y m el número de periodos, similar a lo que se muestra en la figura 1.

Figura 1. Cadena transformada en matriz

Sub-cadenas		PERIODO		
		1	2	3
Alternativa	1	0	0	1011
	2	0	0	0
	3	0	0	11110
	4	1101011	1101111	1101000
	5	101	1001	111

4. Decodificación de la matriz: Es la Transformación de la matriz obtenida en una matriz de valores reales, que en este caso representa caudales en m³/s. La conversión se realiza por medio de la siguiente ecuación:

$$caudal = a_j + \sum_{i=0}^{N_{car}-1} b_i 2^i \times \left(\frac{b_j - a_j}{2^{m_i} - 1} \right)$$

5. Tratamiento de las restricciones y predimensionado y estimación de costos.

La probabilidad de producir cadenas que no cumplan con las restricciones impuestas en el modelo es muy alta debido a que es un problema muy restringido, por ello es necesario desarrollar un algoritmo de reparación con el fin de obligar a la cadena al cumplimiento de las restricciones. El algoritmo que se implemente depende de las características del problema.

Seguidamente se debe estimar el diámetro de tubería para las alternativas que requieren construcción de la aducción, la potencia requerida de las bombas en las alternativas cuya aducción es por bombeo y las potencias necesarias anuales en función de los caudales bombeados en cada período.

Realizado el predimensionado, estimar los costos totales de la solución encontrada.

En el caso de que el algoritmo de reparación desarrollado no permita el cumplimiento de todas las restricciones se debe recurrir a la segunda manera de tratar a las cadenas infactibles que es por medio de penalizaciones.

6. Evaluación: El proceso de evaluación debe realizarse una vez que han sido generadas todas las cadenas de la población actual. A cada cadena se le determina su función de aptitud o el fitness. La función de aptitud se calcula normalizando el valor obtenido de la función objetivo y las penalizaciones, es decir, llevándolo a unidades adimensionales entre 0 y 1 y luego sumarlas. Este proceso debe hacerse porque las unidades de la función objetivo no son las mismas que la de las restricciones.

7. Selección: El proceso de selección utilizado es el tipo ruleta que consiste en asignarle a cada miembro de la población una porción de una ruleta inversamente proporcional al "fitness" del individuo, es otras palabras, mientras mejor sea su función de aptitud mayor será la porción de la ruleta que le corresponde.

8. Cruce: En el algoritmo desarrollado en este trabajo se utilizan diversos operadores de cruce adaptados a la representación matricial de las soluciones. En realidad, las tres políticas de cruce implementadas son casos particulares del cruce multipunto. Cada solución hija contiene una parte de las dos matrices padres. Además, las dos soluciones hijas son complementarias.

9. Elitismo: Con el porcentaje introducido como dato del problema, y dependiendo de el número de individuos de la población se determina la cantidad de individuos que pasan directamente a la siguiente población.

Aplicación del modelo al sistema de abastecimiento de agua de Barquisimeto Cabudare y áreas adyacentes.

1. Actualización de las disponibilidades superficiales de agua.

En la actualización se incluyen la cuenca del río Tocuyo donde se encuentra ubicado el embalse Dos Cerritos, las cuencas de los ríos Yacambú y Acarigua donde a corto plazo estará ubicado el embalse Yacambú y a largo plazo el embalse Dos Bocas respectivamente. La actualización consiste en primer lugar de una evaluación hidrológica y en segundo lugar de la operación conjunta de los embalses en estudio.

Para la evaluación hidrológica actualizada, se utilizó la misma metodología de simulación hidrológica mensual utilizada por la antigua Zona 3 del Ministerio del Ambiente y de los Recursos Naturales Renovables, (MARNR 1983).

Los modelos hidrológicos utilizados son el SIMULACI, desarrollado en el antiguo Ministerio de Obras Públicas, y el SIHIDME, que fue elaborado en el Ministerio del Ambiente y de los Recursos Naturales Renovables.

La evaluación hidrológica esta constituida por dos fases, una de calibración y otra de simulación. La fase de calibración tiene como finalidad determinar los parámetros físicos de ajuste del modelo mensual de simulación, utilizando la información de escorrentías observadas como criterio de ajuste.

Una vez obtenidos los volúmenes simulados en el sitio de presa, se realizó la operación del embalse a fin de determinar cual es el caudal máximo constante que se puede extraer con un porcentaje de falla del 10%. Los resultados se muestran en las figuras 2, 3 y 4.

Figura 2. Curva de rendimiento del embalse Dos Cerritos

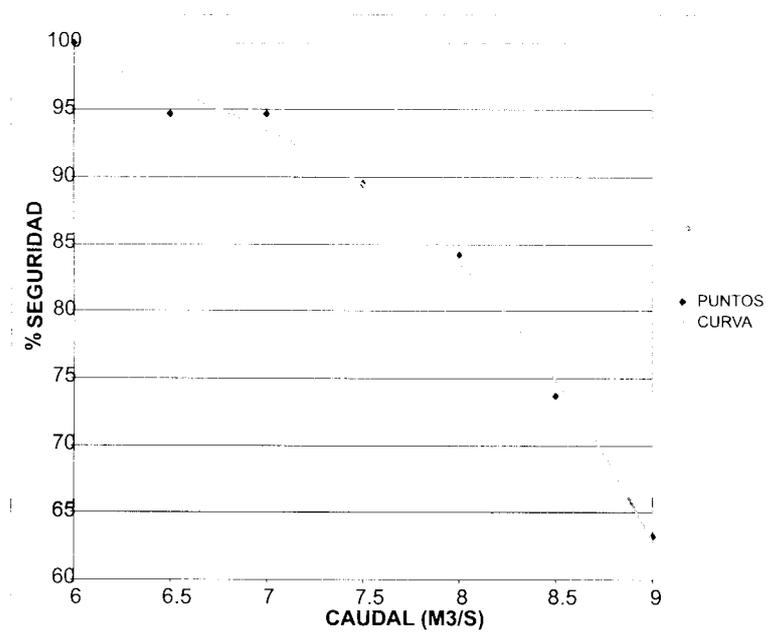


Figura 3. Curva de rendimiento del embalse Yacambú

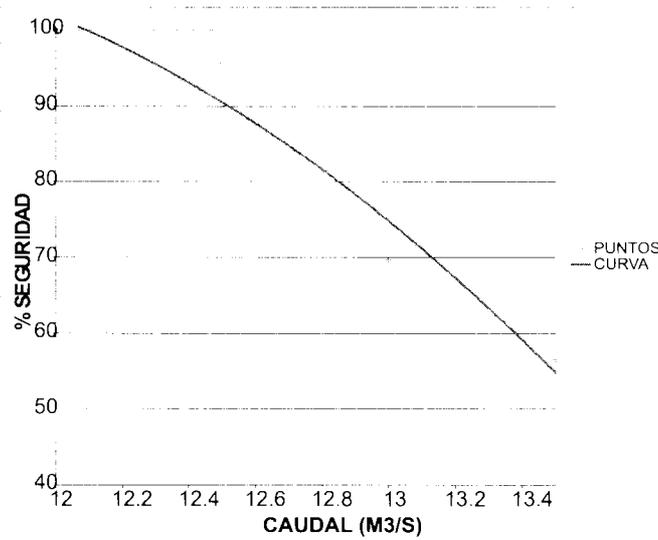
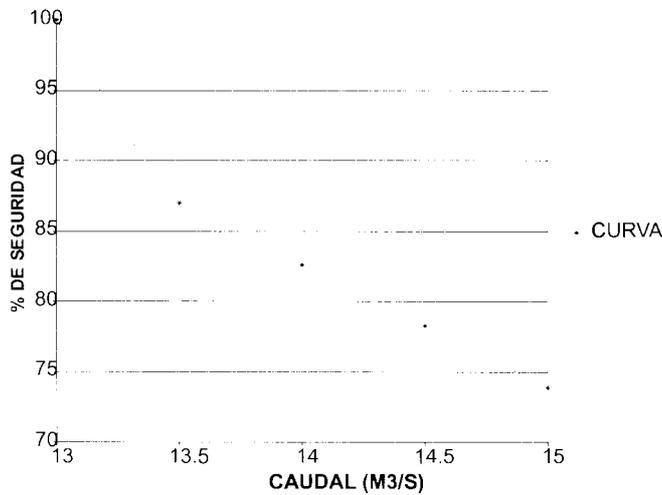


Figura 4. Curva de rendimiento del embalse Dos Bocas



2. Actualización de las demandas urbanas del sistema.

Para la actualización de las demandas urbanas del sistema se realizó en primer lugar la proyección de población de los Municipios Iribarren, Palavecino, discriminado por parroquias en base a los resultados del censo 2001 cuya tasa de crecimiento para estos municipios es de 2.4% y 4.2% respectivamente. El método de proyección empleado es el de regresión geométrica. En cuanto a los municipios Morán y Jiménez se aplicó el método logarítmico por considerar que es el que mas se ajusta al crecimiento poblacional de estos municipios. Luego las proyecciones obtenidas fueron multiplicadas por factores que corresponden a la cantidad de agua entregada a las ciudades de Barquisimeto, Cabudare, Quibor y El Tocuyo entre el total entregado a los respectivos municipios.

3. Estimaciones de costos.

Para el presente estudio se consideraron costos de construcción y costos de operación. Los costos de tubería incluida la colocación se estimaron empleando los análisis de precios unitarios aplicados en Hidrolara para su Modelo Tarifario, es decir para cada diámetro se obtuvo el costo unitario. Estos puntos fueron graficados y ajustados a una ecuación de 2do. Grado. ($CC = 267.17 \times \phi^2 + 19698 \times \phi + 124736$), donde CC son los costos de colocación de tubería (Bs./ml) y ϕ es el diámetro de la tubería en pulgadas. Ver figura 5.

Para la estimación de los costos de los equipos de bombeo incluida la instalación y casetas se tomó como referencia el costo del equipo comprado recientemente por Hidrolara para ser utilizado en la Aducción de Dos Cerritos, cuyo costo fue 158800\$ para un motor de 2950 HP de potencia, y según el departamento de Operación y Mantenimiento el costo de electricidad es de 23.54 Bs./Kwh, para la Estación de Dos Cerritos.

Para obtener los costos por construcción de planta de tratamiento se tomó como base los costos actualizados de las plantas existentes en el estado Lara, cuya información fue suministrada por el departamento de costos de Hidrolara. De acuerdo a la capacidad de cada una de las plantas se hizo un ajuste lineal para así obtener la siguiente ecuación $CPT = 2e106 * Q + 3e108$ (ver figura 6).

2. Actualización de las demandas urbanas del sistema.

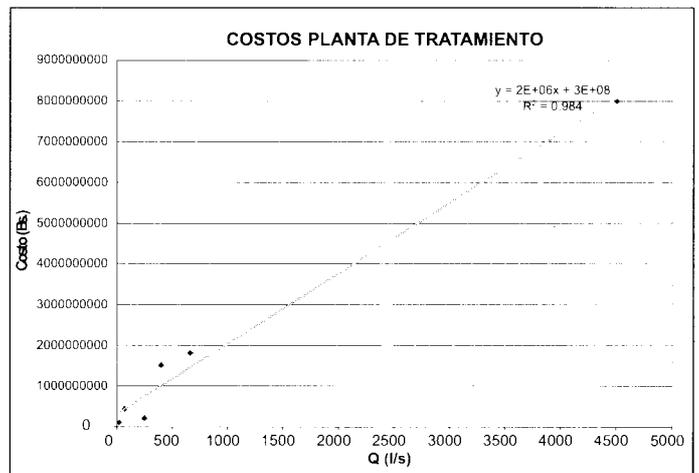
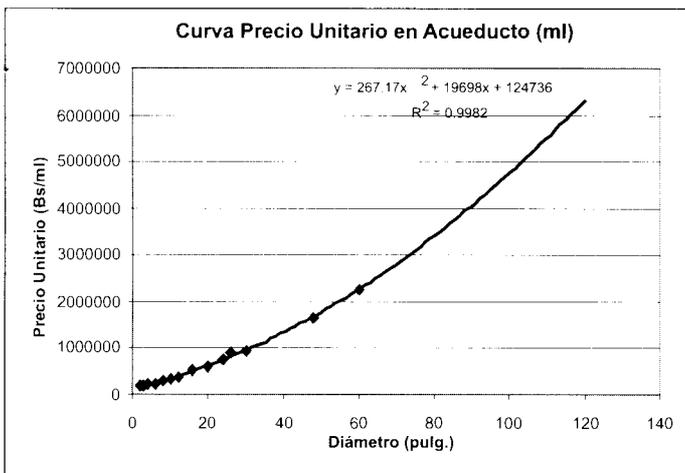
Para la actualización de las demandas urbanas del sistema se realizó en primer lugar la proyección de población de los Municipios Iribarren, Palavecino, discriminado por parroquias en base a los resultados del censo 2001 cuya tasa de crecimiento para estos municipios es de 2.4% y 4.2% respectivamente. El método de proyección empleado es el de regresión geométrica. En cuanto a los municipios Morán y Jiménez se aplicó el método logarítmico por considerar que es el que mas se ajusta al crecimiento poblacional de estos municipios. Luego las proyecciones obtenidas fueron multiplicadas por factores que corresponden a la cantidad de agua entregada a las ciudades de Barquisimeto, Cabudare, Quibor y El Tocuyo entre el total entregado a los respectivos municipios.

3. Estimaciones de costos.

Para el presente estudio se consideraron costos de construcción y costos de operación. Los costos de tubería incluida la colocación se estimaron empleando los análisis de precios unitarios aplicados en Hidrolara para su Modelo Tarifario, es decir para cada diámetro se obtuvo el costo unitario. Estos puntos fueron graficados y ajustados a una ecuación de 2do. Grado. ($CC = 267.17 \times \phi^2 + 19698 \times \phi + 124736$), donde CC son los costos de colocación de tubería (Bs./ml) y ϕ es el diámetro de la tubería en pulgadas. Ver figura 5.

Figura 5. Ajuste de los costos de tubería a ecuación de 2do. Grado

Figura 6. Ajuste lineal de costos de Planta de Tratamiento



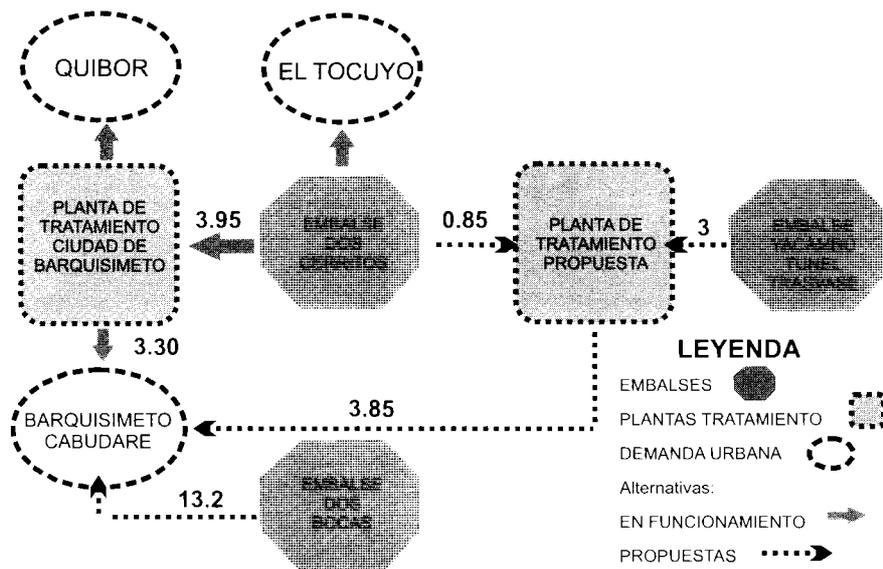
Para la estimación de los costos de los equipos de bombeo incluida la instalación y casetas se tomó como referencia el costo del equipo comprado recientemente por Hidrolara para ser utilizado en la Aducción de Dos Cerritos, cuyo costo fue 158800\$ para un motor de 2950 HP de potencia, y según el departamento de Operación y Mantenimiento el costo de electricidad es de 23.54 Bs./Kwh, para la Estación de Dos Cerritos.

Para obtener los costos por construcción de planta de tratamiento se tomó como base los costos actualizados de las plantas existentes en el estado Lara, cuya información fue suministrada por el departamento de costos de Hidrolara. De acuerdo a la capacidad de cada una de las plantas se hizo un ajuste lineal para así obtener la siguiente ecuación $CPT = 2e106 * Q + 3e108$ (ver figura 6).

Alternativas planteadas.

Las alternativas consideradas en el modelo se pueden apreciar en la figura 7.

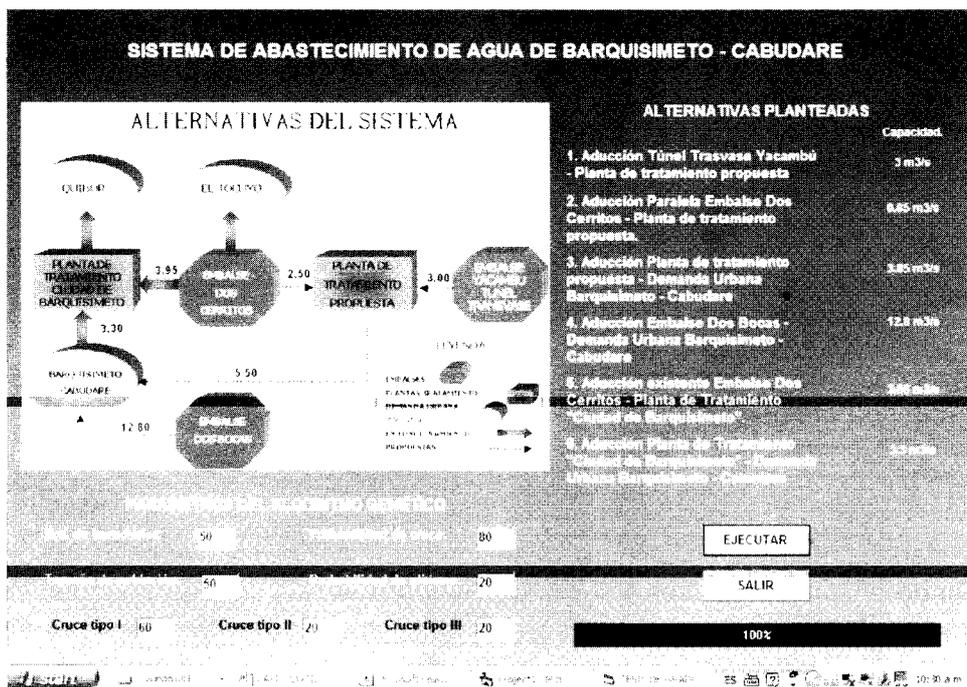
Figura 7. Esquema de las alternativas consideradas en el modelo



5. Automatización del modelo:

Levantada toda la información requerida, se procedió a la sistematización del modelo realizándose en el lenguaje de Programación Visual Basic 6.0. En la figura 8 se puede observar una de las pantallas del modelo.

Figura 8. Pantalla del modelo



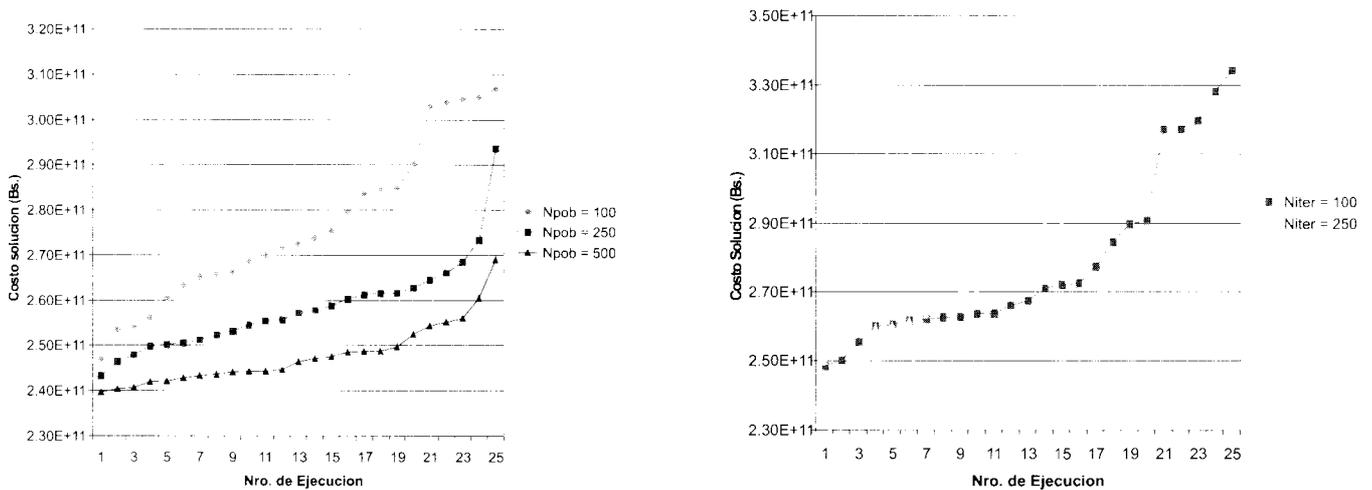
Experimentación

El objetivo principal es visualizar el efecto de los diversos parámetros en el comportamiento del Algoritmo Genético; por comodidad se utiliza en cada corrida un número pequeño de generaciones, esto implica que en las ejecuciones del algoritmo difícilmente se halle la solución óptima, pero se tendrá una guía de cuáles deben ser los valores de los parámetros para el Algoritmo Genético que mejor se adapte al problema planteado.

Casos de experimentación

Número de individuos Vs. Número de iteraciones.

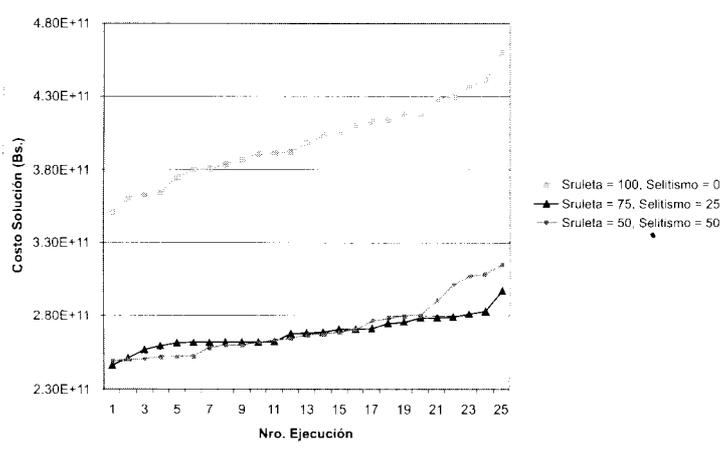
Figura 9. Caso de Experimentación: Nro. De Individuos Vs. Nro. De iteraciones



De acuerdo a lo observado en la figura 9 se concluye que es más adecuado enfocar el trabajo al uso de un mayor tamaño de la población y a un número menor de iteraciones, ya que a mayor número de población la mejor solución encontrada por el algoritmo genético es menor, esto se debe a que la variabilidad de la población aumenta.

Selección por Ruleta Vs. Elitismo

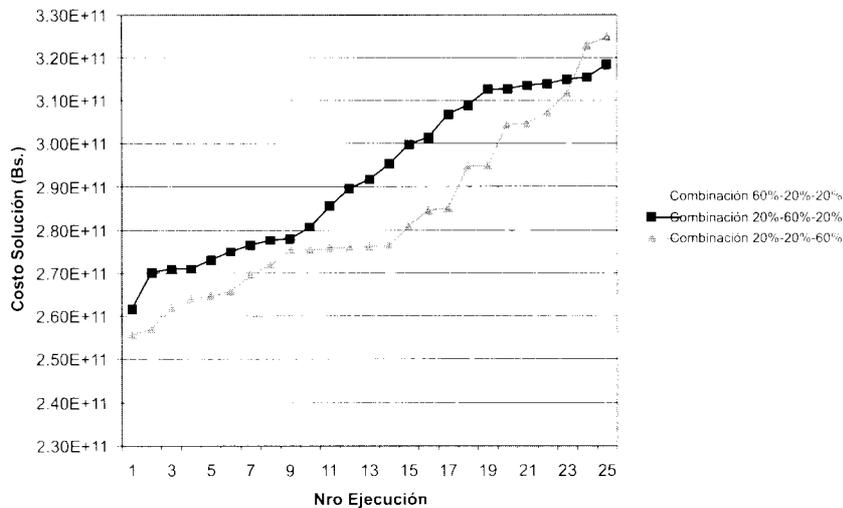
Figura 10. Caso de experimentación: Selección por ruleta Vs. Elitismo



Observando los resultados obtenidos en la figura 10 se puede afirmar que la presencia del operador Elitismo es muy importante a fin de encontrar mejores soluciones. Al comparar los costos obtenidos en el caso donde el porcentaje de Elitismo es cero con los otros dos se observa que éstos son mayores y en gran diferencia.

Cruce tipo I Vs. Cruce tipo II Vs. Cruce tipo III.

Figura 11. Caso de experimentación: Cruce tipo I Vs. Cruce tipo II Vs. Cruce tipo III



De la figura 11 se puede deducir que la combinación de cruces ideal para el modelo implementado es aquella donde el cruce tipo I (por columnas) es mayor que los otros dos tipos de cruce. Esto se debe a que cuando opera este cruce, si los padres son cadenas factibles; los hijos serán también cadenas factibles ya que lo que se está combinando son soluciones por periodos, y en términos del algoritmo genético; la información genética se estaría manteniendo de una población a otra porque no haría falta el uso del algoritmo de reparación.

Estudio de escenarios alternativos

Escenario 1. En este escenario se usó las proyecciones de población calculadas, una dotación de 350 l/p/d, el uso de los factores de actualización de costos en la función objetivo y todas las alternativas planteadas. En el cuadro 1 se puede observar los resultados obtenidos.

Cuadro 1. Resultados obtenidos. Escenario 1

ALTERNATIVAS	AÑO	Caudales requeridos (m ³ /s)							Diámetro (pulg)	Potencia (HP)
		PER. 1	PER. 2	PER. 3	PER. 4	PER. 5	PER. 6	PER. 7		
1. Aducción Túnel Trasvase Yacambú - Planta de tratamiento propuesta	2009	0	0	3	3	3	2.71	2.806	72	----
2. Aducción Paralela Embalse Dos Cerritos - Planta de tratamiento propuesta	----	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3. Aducción Planta de tratamiento propuesta - Demanda Urbana Barquisimeto - Cabudare	2009	0	0	2.881	2.968	2.881	2.706	2.706	48	----
4. Aducción Embalse Dos Bocas - Demanda Urbana Barquisimeto - Cabudare	----	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5. Aducción existente Embalse Dos Cerritos - Planta de Tratamiento Ciudad de Barquisimeto	2005	3.574	3.825	1.442	1.818	2.069	2.884	3.386	----	----
6. Aducción Planta de Tratamiento Ciudad de Barquisimeto - Demanda Urbana Barquisimeto - Cabudare	2005	2.986	3.248	0.786	1.152	1.414	2.148	2.671	----	----

- Para este primer escenario se tiene que el sistema actual fallaría en el año 2009, es decir ya no estaría en capacidad de satisfacer las demandas requeridas.

-El modelo arroja que para el año 2009, la aducción proveniente desde el embalse Yacambú debe estar construida.

-Una vez que Yacambú entra en funcionamiento, el modelo indica que éste debe trabajar a capacidad, es decir, 3 m³/s. Esto es lógico, ya que es un sistema cuyo funcionamiento es por gravedad, y no habría costos de equipos de bombeo ni de operación.

-De acuerdo a los resultados ofrecidos por el modelo, de entrar Yacambú en funcionamiento, para el 2025 que es el horizonte de planificación considerado, ni la aducción de Dos Bocas ni la paralela al embalse Dos Cerritos no son necesarias, esto se debe a que esta alternativas son mas costosas que Yacambú y para ese año el sistema aún no estaría en déficit.

Escenario 2. Como se indicó anteriormente, debido a la posibilidad de que toda el agua producida por Yacambú sea destinada al riego, se incluyó un escenario donde no se tomara en cuenta a este embalse. En este caso se trabajó con las mismas proyecciones de población y para una dotación de 350 l/p/d. Los resultados obtenidos se muestran en el cuadro 2.

Cuadro 2. Resultados obtenidos. Escenario 2

ALTERNATIVAS	AÑO	Caudales requeridos (m ³ /s)							Diámetro (pulg)	Potencia (HP)
		PER.1	PER. 2	PER. 3	PER. 4	PER. 5	PER. 6	PER. 7		
1. Aducción Paralela Embalse Dos Cerritos - Planta de tratamiento propuesta	----	0	0	0	0	0	0	0	0	----
2. Aducción Planta de tratamiento propuesta - Demanda Urbana Barquisimeto - Cabudare	----	0	0	0	0	0	0	0	0	----
3. Aducción Embalse Dos Bocas - Demanda Urbana Barquisimeto - Cabudare	2009	0	0	1.109	1.713	1.512	1.915	2.117	66	10362
4. Aducción existente Embalse Dos Cerritos - Planta de Tratamiento Ciudad de Barquisimeto	2005	3.574	3.825	3.01	2.696	3.323	3.574	3.95	----	----
5. Aducción Planta de Tratamiento Ciudad de Barquisimeto - Demanda Urbana Barquisimeto - Cabudare	2005	2.986	3.248	2.357	2.043	2.671	2.881	3.3	----	----

Comparando los resultados obtenidos con los del escenario 1, se observa que de igual manera, para esta dotación el sistema estaría en déficit para el 2009, lo que implica el uso de nuevas alternativas.

Entre la aducción paralela de Dos Cerritos y la de Dos Bocas, el modelo selecciona la de Dos Bocas; que a pesar de ser mas costosa, con ella se garantiza el suministro de agua potable hasta el horizonte de planificación junto con la aducción existente.

En conclusión, si esta fuese el crecimiento de población para los próximos años y la dotación fuese en promedio de 350 l/p/d, bien sea con la construcción de la aducción proveniente de Yacambú o con la Aducción de Dos Bocas el sistema podría satisfacer los requerimientos de la población hasta el 2025.

CONCLUSIONES

Queda demostrada la aplicabilidad que tienen los algoritmos genéticos en problemas de alta complejidad matemática, no solo por la condición combinatorial sino por el alto número de variables y restricciones que pueden presentarse en problemas de gestión de recursos hídricos, tal como fue el caso de éste trabajo.

El buen funcionamiento de un algoritmo genético depende en gran medida de una buena elección de los parámetros, por lo tanto se recomienda así como se hizo en esta investigación realizar un estudio de los efectos de los diferentes parámetros para encontrar las mejores condiciones en que trabajarán los algoritmos genéticos. Para el estudio realizado, la mejor condición es aquella en la que se trabaja con un mayor número de población y menor número de iteraciones, con la presencia del operador elitismo en un porcentaje no muy elevado.

Debe cuidarse el uso del algoritmo de reparación en el tratamiento de las restricciones debido a que éstos hacen mas lento el proceso por la alta carga computacional. Sin embargo, este problema es cada vez menor por la aparición de computadores más potentes. Para el caso estudiado fue necesario aplicar éste método por la cantidad de cadenas no factibles que generaba el modelo, sin embargo, el tiempo de corrida no aumentó significativamente.

En cuanto a la aplicación de la metodología al sistema de abastecimiento de Barquisimeto-Cabudare y de acuerdo a los resultados obtenidos se concluye que es necesaria la ampliación inmediata del sistema si se quiere satisfacer los requerimientos de la población y no entrar en una crisis que conlleve a un racionamiento de agua. La solución más económica a corto plazo es la puesta en funcionamiento de la aducción proveniente de Yacambú, ya que el modelo toma en cuenta solo los costos que faltan por realizar. Evidentemente los costos de la aducción de Dos Bocas es mayor debido a que aún no se ha construido la presa ni las obras importantes. Pero el hecho de que toda el agua de Yacambú sea destinada al riego está latente, razón por la cual hay que pensar en otras alternativas. Se observa que la más viable es Dos Bocas de acuerdo a los resultados del modelo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Arocha, S. 1997. Abastecimientos de agua. Teoría y Diseño. Ediciones Vega.

Arroyo, J. 2000. Modelos y algoritmos para la explotación de la generación de sistemas eléctricos centralizados y competitivos mediante algoritmos genéticos y programación lineal entera mixta. Trabajo de Grado. Universidad de Castilla. Ciudad real.

Avances en Recursos Hidráulicos. 2001. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Minas.

Azpuruá, P. 1975. Recursos hidráulicos y desarrollo. Editorial Tecno.

Coello, C. Introducción a los algoritmos genéticos. URL: <http://www.redcientifica.com/doc/doc199904260011.html>

Grupo Aguas de Valencia 1999. Estudio del servicio Hidrolara C.A. Tomo I.

Merelo, J. Informática evolutiva: Algoritmos genéticos. URL: <http://geneura.ugr.es/~jmerelo>

Modelo matemático de optimización de recursos hidráulicos. 1976. Dirección General de Planificación y Desarrollo.

Smith, R. 2000. Decisiones con múltiples objetivos e incertidumbre. Segunda Edición. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Minas.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). 2001. Manual de trabajos de grado de especialización y maestría y tesis doctorales.

Valencia, D. 1982 Optimización y simulación en sistemas de recursos hidráulicos. CIDIAT.