

DINÁMICA DE LA MAGNETIZACIÓN DE MEDIOS MAGNÉTICOS

* Ronald Rivas Suárez ** José Fermín

Recibido: 24/12/2014 Aprobado: 06/11/2015

Resumen

El presente trabajo es un estudio del comportamiento de la magnetización en medios magnéticos a lo largo del tiempo. Como medio magnético se presenta una cinta del tipo utilizado para almacenamiento y reproducción de información, con campo efectivo que incluye términos de primer orden de la red cristalina cúbica, campos de anisotropía uniaxial, de desmagnetización y términos de intercambio entre los elementos de la red. La magnetización pasa de un estado desmagnetizado a otro magnetizado por la acción de un campo externo de aplicado. El modelo teórico presenta una solución de la ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert, tomando en cuenta la velocidad de la cinta. Se obtienen cuatro tipos de soluciones físicamente admisibles: oscilaciones armónicas, oscilaciones amortiguadas, frentes exponenciales y frentes exponenciales dobles, los cuales se dan para diferentes combinaciones de los parámetros. Se muestra una aproximación al problema desde el punto de vista de la teoría de los sistemas dinámicos, llevando la ecuación a un sistema autónomo no dependiente del tiempo, para analizar la existencia de puntos fijos, la transición entre soluciones y los planos de fases de la solución y su interpretación física. Los diferentes diagramas de fase son presentados para conjuntos representativos de valores. Esta aproximación complementa y enriquece lo hecho hasta el momento.

Palabras clave: Sistemas dinámicos, plano de fase, magnetización, medios magnéticos.

* *Universidad Nacional Experimental "Francisco de Miranda", Departamento de Física y Matemática, Maracaibo, Venezuela. MSc en Física, rrael@correo.unefm.edu.ve*

** *Universidad del Zulia, Departamento de Física, Facultad Experimental de Ciencias, Maracaibo, Venezuela, Doctor en Física, jfermin@luz.edu.ve*

MAGNETIZATION DYNAMICS IN MAGNETIC MEDIA

Abstract

This work is a study of magnetization evolution in magnetic media along the time. The magnetic media is a flat tape, like a tape use for record and tape information, with effective field including first order term from cubic net, uniaxial anisotropics fields, demagnetized field and interchange term between the net elements. The magnetization is driven from the demagnetized to the magnetized state by a dc applied magnetic field. The theoretical model show a solution of a Landau-Lifshitz-Gilbert equation, taking into account the speed of the tape. Four physically admissible solutions are obtained: harmonic oscillations, damped oscillation, exponential fronts and double exponential fronts, for a different parameter values. We show an approximation to the problem from the dynamical system theory, when the equation is converted into a non-time depending autonomous system, for study the existence of fix points, the transition between solutions and the phase map of the solutions and his physical interpretation. The different phase maps are presented for representative sets of values. This approximation to the problem complements and enriches the previous works.

Keywords: Dynamical systems, phase map, magnetization, magnetic media.

Introducción

En los estudios de la Materia Condensada, la dinámica del proceso de magnetización se ha convertido en un aspecto de interés tanto teórico como práctico por sus aplicaciones tecnológicas (Fähnle, Drautz, Singer, Steiauf y Berkov, 2005; Serpico, 2005; Baltz, Landis, Rodmacq y Dieny, 2005). Este trabajo aborda algunos aspectos del comportamiento de los medios magnéticos para lograr una comprensión más profunda de los mismos, en vista que muchas propiedades siguen sin ser entendidas en su totalidad.

Se estudia como medio magnético una cinta magnética plana, de longitud L , mucho más larga que ancha ($L \gg a$), cuya altura h es suficientemente pequeña para poder ser despreciada ($a \gg h$), y que se mueve con velocidad \vec{v} en presencia de un campo magnético externo \vec{H}_0 . El vector de magnetización estará en dirección del eje de preferencia. La aplicación de un campo externo generará una reorientación de los vectores de magnetización, proceso en el cual se propagarán por el medio pulsos, frentes y otros perfiles con dinámicas bien de-

finidas, que permitirán la aparición de varios fenómenos no lineales (Fermin, Rivas-Suárez, Francheschini y Rodríguez, 2003). Los frentes pueden ser de varios tipos: solitones, ondas de choque, frentes disipativos, frentes de traslación uniformes, y aparecerán las soluciones de una clase de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, llamadas en la literatura “Ecuaciones de Reacción-Difusión” (ERD) (Ebert y van Saarloos, 2000). Estas propagaciones y señales son el centro del análisis, por ser los mecanismos básicos involucrados en procesos de grabación y lectura de datos (Butera, 2005).

Se utiliza la teoría de los sistemas dinámicos, con la creación y análisis de los Diagramas de Fase de las soluciones.

Marco Teórico

Reactivos, solventes y muestras

Los medios magnéticos en general, y las cintas magnéticas en particular, tienen una dinámica del vector magnetización que estará gobernada por la Ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert (ELLG) (Mallinson, 1987). Primeramente, la ELLG es la ecuación básica de la dinámica de la magnetización:

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{M} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H} - \lambda \vec{M} \times \dot{\vec{M}} \times \vec{H} \quad (1)$$

Donde γ y λ representan el radio giromagnético y el parámetro de amortiguamiento de Gilbert respectivamente, \vec{M} es la magnetización, $\vec{H} = -\nabla_M E$ es el campo magnético efectivo y E es la energía libre Landau-Ginsburg, que incluye la energía libre de Zeeman, las contribuciones de anisotropía uniaxial (K_u), de desmagnetización (D) y cúbica (K_1), y la energía de intercambio (J).

Trabajos previos (Fermin, Rivas-Suárez y Rodríguez, 2008) demuestran que para una cinta magnética con $L \gg a$, $a \gg h$, que se mueve con velocidad v dentro de un campo magnético externo H_0 aplicado en la dirección x , utilizando la definición de campo efectivo podemos separar la magnetización en un sistema de 3×3 ecuaciones. Por las condiciones geométricas del sistema podemos restringir nuestro estudio a la primera de esas ecuaciones

$$\dot{M}_x = -\lambda(M_x H_y - M_y H_x) M_y \quad (2)$$

Junto a la relación

$$M^2 = M_x(x, t)^2 + M_y(x, t)^2 = \text{const.} \quad (3)$$

De donde se puede mostrar que la ecuación 1 puede expresarse como una ecuación de reacción-difusión,

$$\dot{\varphi}(x, t) = a \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi(x, t) + c_5 \varphi(x, t)^5 - c_3 \varphi(x, t)^3 + c_2 \varphi(x, t)^2 + c_1 \varphi(x, t) - c_0 \quad (4)$$

donde:

$$\varphi(x, t) = \frac{M_x(x, t)}{M}, H_1 = \frac{2K_1}{M}, H_U = \frac{2K_U}{M}, H_D = \frac{2D}{M}, H_E = \frac{J}{M}, a = \lambda H_E M, c_5 = 2\lambda H_1 M, c_3 = \lambda(3H_1 + H_U - H_D)M, c_1 = \lambda(H_1 + H_U - H_D)M, c_0 = \lambda H_0 M \text{ y } c_2 = c_0 + a.$$

Todas las constantes que aparecen se consideran reales positivas. Este modelo representa un medio ferromagnético con campo aplicado en una dimensión. En los alrededores de los puntos de equilibrio, la magnetización varía muy poco, por lo que podemos asumir que las primeras derivadas son $\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx 0$, lo que implica que $\left(\frac{\partial}{\partial x} \varphi(x, t)\right)^2 \approx 0$.

La ecuación 4 es similar a la ecuación de Ginzburg-Landau dependiente del tiempo, con forzamiento. Describe la dinámica de relajación de parámetros de orden no-conservativos.

Si ahora hacemos el cambio

$$\varphi(x, t) = \varphi(\xi = x - vt) \quad (5)$$

y tomamos en cuenta las condiciones de contorno

$$\lim_{\xi \rightarrow -\infty} \varphi(\xi) = 0 \quad (6)$$

$$\lim_{\xi \rightarrow +\infty} \varphi(\xi) = \varphi_S \quad (7)$$

que representan los casos límites o valores de saturación de la solución (φ_S). Vemos que la ecuación 4 puede escribirse de la forma

$$\varphi''(\xi) - \frac{v}{a}\varphi'(\xi) - \frac{c_5}{a}\varphi(\xi)^5 + \frac{c_3}{a}\varphi(\xi)^3 - \frac{c_2}{a}\varphi(\xi)^2 - \frac{c_1}{a}\varphi(\xi) + \frac{c_0}{a} = 0 \quad (8)$$

Sistema Dinámico

Los estudios de materia condensada desde el punto de vista de la Teoría de los Sistemas Dinámicos tienen algunos antecedentes en los últimos años (d’Aquino, 2004; Rivas-Suárez, 2008), donde se han hecho importantes aportes en este sentido.

Para el estudio del sistema como un sistema dinámico, es necesario construir un sistema autónomo que no depende explícitamente del tiempo. Por ello, en la ecuación 8 haremos el cambio $\phi = \varphi'$, obteniendo el siguiente sistema

$$\phi' = \phi \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \phi' = & \frac{v}{a}\phi + \frac{2H_1}{H_E}\phi^5 - \frac{3H_1 + H_U - H_D}{H_E}\phi^3 + \\ & + \frac{H_0}{H_E}\phi^2 + \frac{H_1 + H_U - H_D}{H_E}\phi - \frac{H_0}{H_E} \end{aligned} \quad (10)$$

Luego se obtuvieron los valores de las trayectorias para los parámetros iniciales mostrados en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Parámetros iniciales de estudio

$\frac{v}{a}$	$\frac{H_0}{H_E}$	$\frac{H_U - H_D}{H_E}$	$\frac{H_1}{H_E}$	$\varphi'(0)$	$\varphi(0)$	Tamaño de paso (h)
[0, 3]	[0, 1]	[0, 1]	[0, 1]	0,0	0,0001	0,5

Los puntos fijos o estables de la ecuación se consiguen al igualar a cero las ecuaciones 9 y 10 y resolver

$$\phi = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2H_1}{H_E} \varphi^5 - \frac{3H_1 + H_U - H_D}{H_E} \varphi^3 + \\ & + \frac{H_0}{H_E} \varphi^2 + \frac{H_1 + H_U - H_D}{H_E} \varphi - \frac{H_0}{H_E} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Por ejemplo, para los valores de prueba $\frac{H_0}{H_E} = 0,2$, $\frac{(H_U - H_D)}{H_E} = 0,5$ y $\frac{H_1}{H_E} = 0,1$, obtenemos las siguientes raíces: $0,86376742 + 0,0i$; $0,3484042 + 0,0i$; $-0,93747244 + 0,0i$; $2,52872768 + 0,0i$ y $-2,80342686 + 0,0i$.

Donde todas son raíces reales. Otro valor de saturación es el máximo posible, 1, que funcionará como punto de atracción para algunas de las soluciones.

Podemos ver que en la ecuación 12 ha desaparecido el término $\frac{v}{a}\phi$ que encontramos en la ecuación 10, término asociado a la velocidad v de la cinta dentro del campo. La velocidad está relacionada con las diferentes soluciones que podemos encontrar, pero el hecho de que en la ecuación 12 haya desaparecido la velocidad, implica que aunque los tipos de solución sean distintos, los puntos fijos serán siempre los mismos aunque se comporten como un atractor, un repulsor, o un centro de las trayectorias (Guckenheimer y Holmes, 1997).

El comportamiento dinámico del sistema se muestra en las Figura. 1 y 2, donde hay una evolución de las diferentes soluciones encontradas, correspondientes a distintos valores de $\frac{H_0}{H_E}$, $\frac{(H_U - H_D)}{H_E}$ y $\frac{H_1}{H_3}$ (ver Cuadro 2).

Sólo en el caso muy especial de la primera fila, en el que $H_0/H_E = 0,0$, obtenemos las oscilaciones armónicas, que giran alrededor de un valor muy cercano a 0, como se muestra en la Figura 1. Esto parece estar relacionado a la precesión natural de la magnetización alrededor del eje axial del sistema, siendo el centro de la órbita uno de los valores solución de la ecuación, en este caso el punto 0,0. La forma de la órbita muestra claramente a la solución como una oscilación

Cuadro 2: Valores modelo de los parámetros de la cinta

Caso	$\frac{H_0}{H_E}$	$\frac{(H_U - H_D)}{H_E}$	$\frac{H_1}{H_E}$
OH	0.0	0.5	0.1
OA	0.1	0.1	0.5
FE	0.7	0.1	0.5
FD	0.2	0.1	0.5

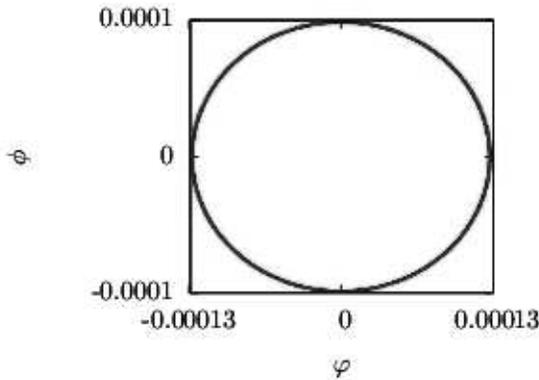


Figura 1: Gráfica del Plano de Fases para la solución en $H_0/H_E = 0,0$

armónica, siempre del mismo tipo, con una amplitud un poco más alta que la longitud, lo que le da a la órbita su forma elíptica.

En el caso de la Figura 2, vemos diferentes comportamientos al ir cambiando los parámetros. La línea segmentada representa un parámetro que cambia rápidamente al principio, y que luego suavemente tiende al valor de saturación, y que podemos relacionar con los llamados Frentes Exponenciales. Otro tipo de frente es el Frente Exponencial Doble (línea punteada), caracterizado por la presencia de una zona intermedia que aparenta ser de estabilidad, para luego repetir la tendencia hacia el valor de saturación 1, que comparte con los Frentes Exponenciales. La propagación de Frentes Dobles ya ha sido establecida numéricamente (Elmer, Burns y Suhl, 1993; Elmer,

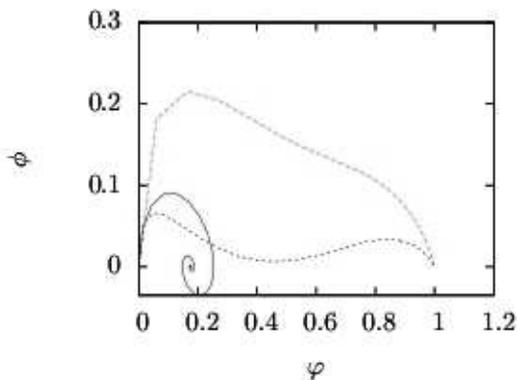


Figura 2: Gráfica del Plano de Fases para los datos del Cuadro 2

Eckmann y Hartsleben, 1994).

El hecho de que ambos tipos de frentes presenten el mismo valor de saturación corrobora la condición de este punto como un atractor del sistema. Por último, la línea continua representa una oscilación amortiguada, su punto de saturación es menor pero se aprecia como la solución tarda en llegar a dicho valor.

De la misma manera se pueden representar las soluciones para cualquier conjunto de datos, lo que permitirá estudiar los puntos atractores y la evolución de las soluciones sin necesidad de realizar todos los gráficos de todos los valores posibles. En ello reside la principal ventaja de este enfoque.

Además, es claro cómo la forma geométrica de la curva permite describir exactamente el tipo de solución a la que se refiere, por lo que los diagramas de planos de fases son útiles para ver todas las familias de soluciones en su conjunto.

Una visión general de esto se obtiene al ver un diagrama con el barrido de las soluciones para todo un conjunto de valores de v/a . En los gráficos que se muestran a continuación vemos este barrido para los casos $H_0/H_E = 0,0$, $H_0/H_E = 0,1$ y $H_0/H_E = 0,2$ cuando $(H_U - H_D)/H_E = 0,1$ y $H_1/H_E = 0,5$.

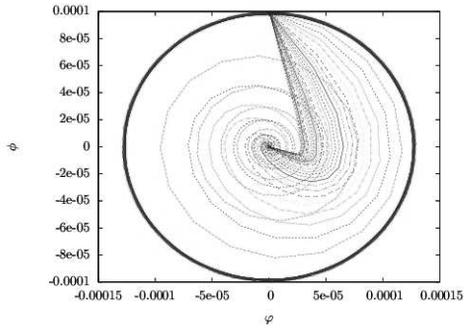


Figura 3: Barrido de Soluciones para $\frac{H_0}{H_E} = 0,0$

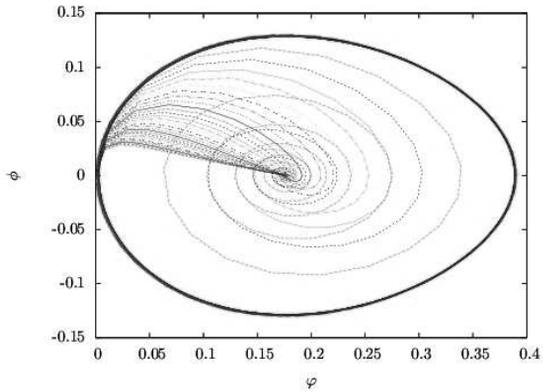


Figura 4: Barrido de Soluciones para $\frac{H_0}{H_E} = 0,1$

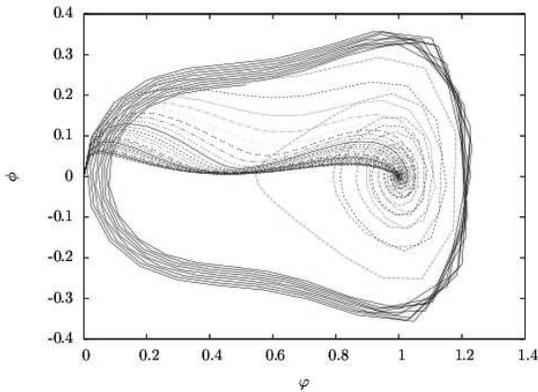


Figura 5: Barrido de Soluciones para $\frac{H_0}{H_E} = 0,2$

Vemos como la Figura 3 nos muestra soluciones triviales, por no haber campo externo aplicado. En el caso de la Figura 4 distinguimos tres familias: las oscilaciones armónicas, las oscilaciones amortiguadas y los frentes exponenciales. Es claro que el atractor se comporta como tal para todas las soluciones, salvo en el caso que la órbita es fija, en cuyo caso se muestra como un centro.

La Figura 5, que nos muestra el último barrido, ya muestra las trayectorias de los Frentes Exponenciales Dobles, y aunque nuevamente el atractor es un punto fijo, podemos distinguir soluciones físicamente inadmisibles porque exceden el valor 1, valor límite por la normalización discutida previamente.

Tanto los valores de las soluciones como las raíces fueron obtenidas mediante un programa realizado en lenguaje Python con el complemento numérico NumPy (Kiusalaas, 2005).

Conclusiones

El estudio completo de la dinámica de la magnetización de una cinta, ha sido enfocado desde diversos puntos de vista a lo largo del tiempo. Uno de los acercamientos que se ha venido realizando tiene

que ver con su análisis como un Sistema Dinámico. Así, podemos ver la evolución de la cinta a través del tiempo, y analizar qué ocurre al cambiar condiciones. En este caso, basados en el *Teorema de puntos fijos locales, estables, inestables y centros* (Guckenheimer y Holmes, 1997) que asegura que una vez hallado un punto fijo, este conservará su condición aun cuando las soluciones evolucionen en su comportamiento, vemos que diferentes condiciones de velocidad sólo implican un cambio en la forma observada de las soluciones, y no un cambio ni en los valores de saturación ni en los puntos fijos, que pueden comportarse como atractores o centros, pero que no desaparecen ni se desplazan.

Esto se comprueba para los casos estudiados, ya que las soluciones evolucionan alrededor de un punto que puede comportarse alternativamente como repulsor, centro o atractor. Además, la propagación de las perturbaciones está gobernada por la existencia de estos puntos fijos, relacionados a su vez con los valores límites de las soluciones.

La ecuación de la magnetización de la cinta puede representarse como un sistema autónomo y graficarse en el espacio de fases sin perder información, lo que permite hacer una descripción del comportamiento del sistema equivalente a la descripción física tradicional pero con un alcance mayor para analizar la evolución del tipo de soluciones a medida que los parámetros van cambiando.

Una característica resaltante es que se pudieron identificar comportamientos matemáticamente correctos que son físicamente difíciles de obtener por otros métodos, e inclusive algunos valores que son físicamente inadmisibles. En otras aproximaciones a este tipo de sistemas, estos casos no se habían hecho presentes.

Referencias

- Baltz, V., Landis, S., Rodmacq, B. y Dieny, B. (2005). Multilevel magnetic media in continuous and patterned films without-of-plane magnetization. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 290-291 (2), 1286–1289.
- Butera, A. (2005, Abril-Mayo). Grabación Magnética. *Ciencia Hoy*, 15(86), 24–31.

- d'Aquino, M. (2004). *Nonlinear magnetization dynamics in thin-films and nanoparticles* (Doctoral Thesis in Electric Engineering). Universidad Federico II, Nápoles, Italia.
- Ebert, U. y van Saarloos, W. (2000). Front propagation into unstable states: universal algebraic convergence towards uniformly translating pulled fronts. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 146(1-4), 1–99. (doi:10.1016/S0167-2789(00)00068-3)
- Elmer, F. J., Burns, J. y Suhl, H. (1993). Front propagation into an unstable ferromagnetic state. *Europhys. Lett.*, 22, 399–404. (doi: 10.1209/0295-5075/22/6/001)
- Elmer, F. J., Eckmann, J.-P. y Hartsleben, G. (1994). Dual fronts propagating into an unstable state. *Nonlinearity*, 7, 1261–1276. (doi: 10.1088/0951-7715/7/4/011)
- Fähnle, M., Drautz, R., Singer, R., Steiauf, D. y Berkov, D. V. (2005). A fast ab initio approach to the simulation of spin dynamics. *Computational Materials Science*, 32, 118–122.
- Fermin, J. R., Rivas-Suárez, R., Francheschini, J. P. y Rodríguez, L. J. (2003). Front propagation in uniaxial ferromagnets. *Advances in Complex Systems*, 6(2), 205–214.
- Fermin, J. R., Rivas-Suárez, R. y Rodríguez, L. J. (2008). Front propagation in anisotropic magnetic media. *Eur. Phys. J. B*, 65, 239–244. (DOI: 10.1140/epjb/e2008-00345-0)
- Guckenheimer, J. y Holmes, P. (1997). *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields* (5printing ed.; J. E. Marsden y L. Sirovich, Eds.). Nueva York: Springer-Verlag.
- Kiusalaas, J. (2005). *Numerical methods in engineering with python*. Cambridge University Press.
- Mallinson, J. (1987). On damped gyromagnetic precession. *IEEE Transactions on Magnetics*, 23(4), 2003–2004.
- Rivas-Suárez, R. (2008). Estudio dinámico de la propagación de frentes en medios magnéticos. *Croizatia*, 9(1 & 2), 67-74.
- Serpico, C. (2005). Nonlinear magnetization dynamics and magnetization switching in uniformly magnetized bodies. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 290-291, 48–54.