

ANÁLISIS HISTÓRICO DE LA FUNCIÓN AFÍN Y LA ECUACIÓN LINEAL EN LA ECONOMÍA DESDE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Enedina Lady Rodríguez

Magister en Matemática mención Aplicada, Magister en Matemática mención Enseñanza, Profesora ordinaria de la Universidad Nacional Abierta.
Email: enlady@gmail.com

Carmen Valdivé

Doctora en Educación, Profesora asociado de la Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado
Email: carmenv@ucla.edu.ve

El trabajo de investigación que se presenta forma parte de una investigación más amplia que pretende analizar desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, 1996, 1999, 2003) una lección de la función afín y la ecuación lineal en la Economía. En un primer avance, interesa mostrar las ideas precursoras de los conceptos de función Demanda, función oferta, curva de demanda, oferta y punto de equilibrio, a partir de los problemas que la originaron en el cual se, identifican los diferentes campos de problemas, procedimientos, lenguaje y otros elementos que permitan mostrar la evolución del significado de la formulación matemática. El estudio es de tipo exploratorio y descriptivo enmarcado en el EOS. Es por ello que se asume como objetivo primordial el análisis de la evolución histórica de la función afín y la ecuación lineal (oferta, demanda) en la economía, tomando como referencia a Cournot (1838), Ruiz (1998), Ramos De Pacía (2005), Dalcin y Olave (2007) y Gascón (2008). Entre otras conclusiones, el estudio reveló: (1) El análisis funcional desempeñó un papel primordial en la formulación matemática de ciertos modelos económicos; (2) En el significado histórico se destaca un lenguaje verbal, gráfico y notacional.

Palabras clave: Análisis semiótico, enfoque ontosemiótico, significado.

Recibido: 05-10-2011

Aceptado: 13-10-2011

Abstract

The research work presented is part of a larger research which aims to analyze from the onto-semiotic approach (EOS) (Godino, 1996, 1999, 2003) a lesson related function and linear equation in the economy. In a first step, interested in showing the pioneering ideas of the concepts of demand function, supply function, demand curve, supply and equilibrium, from the problems that originated in which, identify the different problem areas, procedures, language and other evidence to show the evolution of the meaning of the mathematical formulation. The study is exploratory and descriptive framed in the EOS. That is why it takes as its primary objective the analysis of the historical development of related function and the linear equation (supply, demand) in the economy, with reference to Cournot (1838), Ruiz (1998), Ramos De Pacia (2005), Dalcin and Olave (2007) and Gascon (2008). Among other findings, the study revealed: (1) Functional analysis played a role in the mathematical formulation of certain economic models, (2) In the historical significance is emphasized by verbal, graphic and notational.

Keywords: Analysis semiotic ontosemiotic approach, meaning.

HISTORICAL ANALYSIS OF AFFINE FUNCTION ROLE AND THE LINEAR EQUATION IN THE ECONOMY FROM THE ONTOSEMIOTIC FOCUS

Lady Enedina Rodriguez

Master in Applied Mathematics, Master in Mathematics
with a focus on Education. Professor at the Universidad
Nacional Abierta.
Email: enlady@gmail.com

Carmen Valdivé

Ed.D.in Education, associate professor of the
Universidad Centrooccidental Lisandro Alvarado
Email: carmenv@ucla.edu.ve

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas que presentan los estudiantes cuando se inician en los cursos Universitarios de Matemática son variados. Entre ellos se destaca la complejidad y esencia de los contenidos matemáticos presentes en el diseño curricular, por ello resulta importante el “significado” que estos le atribuyen a las expresiones, términos y símbolos matemáticos, conceptos y proposiciones, el cual está íntimamente asociado a los problemas y a la actividad realizada para su resolución, acto que está ligado a la “Comprensión”.

Cabe destacar que en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, uno de los recursos para apropiarse de un conocimiento matemático son los libros textos, además de las explicaciones del profesor. Estos elementos, junto con los diseños curriculares, son fundamentales en la construcción de esos conocimientos, a la cual Godino (citado por Valdivé, 2006) denomina significado, palabra clave en la Didáctica de la Matemática.

En relación con el planteamiento anterior, los textos y documentos de estudio juegan un papel importante en la dirección del proceso de instrucción de las matemáticas. Godino, Font y Wilhelmi (2006:6), señalan que “los textos permiten al alumno afrontar el estudio de los contenidos curriculares de manera independiente, donde el profesor es el mediador entre el libro texto y el alumno”.

Por ello, los contenidos matemáticos de los libros textos, documentos escritos, deben tener un alto grado de representatividad y relación con la evolución histórica de los conocimientos matemáticos; asimismo con otros libros que sirven de explicación adicional a estos conocimientos y que para tal fin son señalados como referencia bibliográfica.

En tal sentido, Godino y sus colaboradores han desarrollado en tres (3) etapas un conjunto de nociones técnicas que configuran un Enfoque Ontológico

y Semiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática. Este modelo aceptado por la comunidad de educadores matemáticos, plantea la teoría de los objetos institucionales y personales, así como la teoría de las funciones semióticas, basado en sus trabajos sobre significado y comprensión de los objetos matemáticos.

Al respecto, Godino (2002) incluye seis tipos de objetos matemáticos (OM) que se ponen en juego en el trabajo matemático, denominados entidades primarias, atendiendo a la función específica desempeñada por estas unidades en la actividad matemática. Esta herramienta permite analizar la variedad de significados atribuidos a una expresión. Estas se categorizan de la manera siguiente: Lenguaje (términos, expresiones, notaciones, gráficos), Situaciones (Tareas que inducen a la actividad matemática), Conceptos (definiciones o descripciones), Proposiciones (propiedades o atributos de los OM), Acciones (Operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, entre otras) y Argumentaciones (Deductivos o de otro tipo).

Asimismo en esta doble dimensión interdependiente personal-institucional. Godino (2003) incluye cuatro tipos de significados para el significado institucional: (a) Significado institucional de referencia (el significado del concepto según los “expertos”, la historia de ese objeto, las orientaciones curriculares, etc.) (b) Significado institucional pretendido (sistemas de prácticas que se planifica sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional) (c) Significado institucional implementado (sistemas de prácticas que efectivamente tiene lugar en clases de matemática) (d) Significado institucional evaluado (colección de tareas o cuestiones que incluyen en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes).

En la investigación que se presenta, la cual forma parte de una más amplia, tiene como objetivo primordial el análisis bajo el enfoque ontosemiótico de la evolución histórica de la función afín y la ecuación lineal en la Economía, por ello se hace especial uso del significado

de referencia debido a que se requiere realizar un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución de estos objetos matemáticos, el cual sirve de comparación con el significado institucional pretendido para describir cómo es la transposición de significados que sufren los objetos matemáticos para convertirse en significados a enseñar, a través del diseño curricular.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1 ALGUNAS DE LAS HERRAMIENTAS TEÓRICAS DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO (EOS) DE LA COGNICIÓN E INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA.

El enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), según Godino (2002) se configura en torno a los tres modelos teóricos siguientes: Teoría de los significados institucionales y personales (Godino y Batanero, 1994:1998), basada en la teoría antropológica desarrollada por Chevallard (1992; 1997), y los supuestos básicos de la filosofía de Wittgenstein (1953; 1978), Teoría de las funciones semióticas (Godino y Recio, 1998), basada en presupuestos lingüísticos (Hjemslev, 1943; Eco, 1979) y en la teoría de las Configuraciones Didácticas (Godino, Contreras y Font, 2006), que modeliza la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales.

En esta sección se van a introducir algunas herramientas del enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. En concreto, se describen los siguientes constructos: Entidades matemáticas, instituciones, significados institucionales y tipos de significados.

2.1.1 Entidades primarias según el trabajo matemático.

En el EOS se considera como objeto o entidad matemática, “todo aquello que pueda ser indicado, todo lo que pueda señalarse, o a lo cual puede hacerse referencia en toda actividad matemática” (Godino, 2002, p.5). Según las diversas funciones desempeñadas por estas entidades en el trabajo matemático, se tipifican como: situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, reglas, propiedad, argumentaciones, denominadas entidades primarias.

Asimismo, en Godino (2002), se especifican las siguientes funciones de cada entidad en la actividad matemática:

- a) Lenguaje: términos, expresiones, notaciones, gráficos. En sus diversos registros, escrito, oral, gestual.
- b) Situaciones: problemas más o menos abiertos, aplicaciones extra matemáticas o intra matemáticas, ejercicios. Son las tareas que inducen la actividad matemática.
- c) Conceptos (introducidos mediante definiciones o descripciones) números, recta, punto, función.
- d) Proposiciones: propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados.
- e) Acciones: procedimientos del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones algoritmos, técnicas de cálculo, entre otras).
- f) Argumentaciones: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones o procedimientos, sean deductivos o de otro tipo.

Estos seis tipos de objetos, que podemos calificar de matemáticos porque se ponen en juego en la actividad matemática, son los constituyentes primarios de otros objetos más complejos u organizaciones matemáticas, como los sistemas conceptuales, teorías, etc. Cada una de ellas puede tener un papel representacional (se ponen en lugar de) o instrumental (instrumentos de la

actividad matemática). Las situaciones problemas son las promotoras y contextualizadoras de la actividad matemática y, junto con las acciones (algoritmos, operaciones, procedimientos) constituyen el componente práctico de las matemáticas. Los otros conceptos, definiciones, proposiciones y argumentaciones, desempeñan un papel normativo.

2.1.2. Instituciones.

Para Godino y Batanero (1994), una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemas. El compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales compartidas, las cuales están ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen. En el EOS, una Institución Matemática (IM), son las personas que en el seno de la sociedad están comprometidas en la resolución de nuevos problemas matemáticos, se consideran los productores del saber matemático, entre otras instituciones involucradas con el saber matemático se encuentran los utilizadores del saber y los enseñantes del saber matemático.

2.1.3. Significado institucional.

Una característica que presentan los significados y objetos personales es que son fenómenos individuales, pero al estar inmerso el sujeto en instituciones donde necesariamente se dan interacciones, tiene también un carácter colectivo. Por tanto cualquier análisis que los abordara desde uno sólo de estos aspectos resultará reduccionista, por este motivo en el EOS (Godino y Batanero, 1994) se introducen las instituciones, los objetos institucionales y los significados institucionales. Al respecto, en el EOS se definen los objetos institucionales (OI) como “emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 340); además señalan respecto al carácter social del sistema de practica indica que son observables, entre ella se encuentran: descripciones de problemas, representaciones simbólicas, definiciones de objetos,

enunciado de proposiciones y procedimientos entre otros, en cuanto el significado de un objeto institucional OI: “Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge OI en un momento dado” (Godino y Batanero, 1994: 40).

Ramos De Pacía (2005) señala con relación al objeto institucional los siguientes aspectos: (1) Las personas distinguen entre sus objetos personales y los objetos institucionales, cuando hablan de sus objetos personales utilizan el discurso en primera persona, mientras que al hablar de los objetos institucionales utilizan el discurso en tercera persona, (2) Un objeto institucional implica la generación de una regla de comportamiento compartida por toda la institución.

Para el EOS, la dimensión personal-institucional es una cuestión central y el estudiante pasa de ser un estudiante individual a ser un estudiante en una institución, es necesario, distinguir entre objetos personales y objetos institucionales a problematizar estas dos clases de objetos y la relación entre ellos. Además, se pretende que el significado de los objetos personales se ajuste lo más posible al significado de los objetos institucionales. Esta relación de ajuste es la que posibilita, según Ramos De Pacía (2005), la evaluación de los conocimientos de los estudiantes.

2.1.4. Tipos de Significado.

Para explicar la dialéctica institucional-personal, en el EOS, según Godino (2002), se consideran diferentes tipos de significados institucionales y personales:

- a) **Significado institucional de referencia:** cuando un profesor planifica un proceso de instrucción sobre un objeto matemático para un grupo de estudiantes, comienza por delimitar “lo que es dicho objeto para las instituciones matemáticas y didácticas”; acude, por tanto, a los textos matemáticos correspondientes, a las orientaciones curriculares, y en general a lo que “los expertos” consideran que son las prácticas

operativas y discursivas inherentes al objeto, que se fija como objeto institucional. Asimismo, el profesor usará sus conocimientos personales previamente adquiridos. Todo ello constituye un sistema de prácticas histórico-epistemológico-didáctico que designamos como significado institucional de referencia del objeto.

- b) **Significado institucional pretendido:** Sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional.
- c) **Significado institucional implementado:** sistema de prácticas que efectivamente tienen lugar en clases de matemáticas, las cuales servirán de referencia inmediata para el estudio de los alumnos y las evaluaciones de los aprendizajes.
- d) **Significado institucional evaluado:** colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes.

En el trabajo que se está presentando se hará especial uso al significado de referencia debido a que se requiere realizar un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución del objeto Función demanda, Función Oferta y Punto de Equilibrio.

2.2. ANÁLISIS ONTOLÓGICO-SEMIÓTICO DE UN TEXTO MATEMÁTICO

En relación a este aspecto, Godino (2002), propone una técnica del análisis ontológico-semiótico de un texto matemático que consiste básicamente en: (a) su descomposición en unidades, (b) la identificación de las entidades puestas en juego y (c) identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las mismas por parte de los distintos sujetos. Este análisis ontológico-semiótico permite formular hipótesis sobre puntos críticos de interacción entre los diversos actores entre los cuales puede haber lagunas o vacíos de significación,

o disparidad de interpretaciones que requieren de los procesos de negociación de significados y cambios en el proceso de estudio.

En el EOS se habla de análisis a priori cuando esa técnica se aplica a un texto que registra una actividad matemática que tiene que realizar un sujeto potencial (por ejemplo, un libro de texto) y de análisis a posteriori cuando el texto corresponde al protocolo de respuestas de los sujetos en interacciones efectivas. En ambos casos se pueden detectar conflictos semióticos. “Disparidad o desajuste entre los contenidos atribuidos a una misma expresión por el alumno y la institución” (Godino, 2003:258).

Los análisis a priori, según Godino (2002), permiten formular hipótesis sobre conflictos semióticos potenciales entre los cuales destacan, por su relevancia, aquellos que origina un libro de texto al dejar a cargo del alumno la realización de determinadas funciones semióticas que son básicas para la correcta interpretación del texto y que, de no producirse, pueden ocasionar una disparidad entre el significado personal global del alumno y el significado institucional pretendido. Por su parte, los análisis a posteriori permiten determinar los conflictos semióticos realmente producidos y contrastarlos con los detectados a priori. En el EOS, los conflictos semióticos se consideran como explicaciones de las dificultades y limitaciones de los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados cuando se comparan con el significado pretendido.

Los dos tipos de análisis comentados también permiten detectar limitaciones en los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados. Se hace referencia a las limitaciones originadas por significados institucionales (pretendidos o implementados) poco representativo de los significados referenciales. Estas limitaciones se producen cuando determinadas prácticas representativas del significado de referencia no son contempladas en el significado representativo o implementado. Por ejemplo, cuando el significado pretendido sólo contempla dibujar la ecuación de la demanda y oferta consistente en una

semirrecta en el primer cuadrante, dada las restricciones de no negatividad de Q (S) y P y no contempla otras prácticas. Se hace referencia en concreto a argumentaciones de tipo gráfico que permiten construir las curvas de oferta o de la demanda lineal a partir de una tabla de valores.

Según Godino (2002), la mayor o menor profundidad del estudio ontológico-semiótico, pueden considerarse otros dos tipos de análisis: uno, más amplio, centrado fundamentalmente en el segundo punto (identificación de las entidades puestas en juego), y otro, más pormenorizado, centrado fundamentalmente en el tercer punto (identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las diferentes entidades y facetas duales por parte de los distintos sujetos) en el que el sujeto pasa a primer plano. El primer tipo de análisis, que se puede definir “grueso” o “macroscópico”, a pesar de su potencia explicativa, presenta limitaciones importantes y es insuficiente cuando se considera también la cognición de las personas.

En el trabajo que se presenta, se utiliza la identificación de las entidades primarias puestas en juego en la historia de la función afín y ecuación lineal en la Economía, para obtener información acerca de las características del significado institucional referencial del contenido matemático pretendido.

En el siguiente apartado se estudian las ideas precursoras de los conceptos de función demanda, función oferta, curva de demanda, oferta y punto de equilibrio, a partir de los problemas que la originaron y desde su primera forma simple a su formato actual, el cual servirá, para identificar los diferentes campos de problemas, procedimientos, lenguaje y otros elementos que permitan mostrar la evolución del significado de la formulación matemática de la función afín en estos conceptos, de acuerdo con Alvarado (2007:42), “... el significado de un objeto matemático no es estable ni único en el tiempo”.

2.3. IDEAS PRECURSORAS DE LOS OBJETOS FUNCIÓN DEMANDA, FUNCIÓN OFERTA, CURVA DE DEMANDA, OFERTA Y PUNTO DE EQUILIBRIO.

En el análisis de los trabajos de Cournot (1838), Rau (1841), Jenkin (1870), Walras (1874) y Marshall (1890) entre otros, el estudio de las condiciones y consecuencias que rodea la inclusión de las matemáticas en los modelos económicos tiene su propia historia. Los instrumentos matemáticos más antiguos son los ejemplos numéricos y la representación diagramática, y el instrumento de mayor uso, desde un principio por los economistas en la construcción de las teorías económicas es el Cálculo Diferencial, además del Cálculo Integral, Álgebra y el Álgebra Matricial.

En el siglo XVIII, la demanda y la oferta no son consideradas una variable económica o no existía una teoría matematizable de las mismas, se definen en términos más o menos biológicos, según García (1969) esta palabra tiene dos sentidos uno Psicológico o potencial y otro económico o real, cabe destacar que algunos economistas de este siglo tenía una visión clara de una economía que contaba con varias partes interrelacionadas, entre ellos Quesney en 1758 ideó la tabla económica, para trazar el flujo de producción anual entre los diversos sectores de la economía (Scheifler,1995).

En el Siglo XIX, Cournot, en 1838, con la publicación de sus “Investigaciones acerca de los principios matemáticos de la teoría de las riquezas” utilizó en forma sistemática los principios del análisis matemático, al igual que sus antecesores, captando el proceso económico en términos de relaciones funcionales y no como relaciones numéricas, considerado el primero que desarrolló un modelo matemático para explicar las leyes de la oferta y demanda, la cual enuncia de la siguiente manera ... “la venta o la demanda anual D es, para cada mercancía, una función particular $F(p)$ del precio p de la mercancía” .

El autor comenta que conocer la forma de esta función será conocer la “ley de Demanda o Ventas”; esta se expresa simbólicamente como $D = F(p)$, la cual admite que es una función continua, debido a que de esta manera gozaría de las propiedades de las funciones con esta naturaleza y sobre las que se basan las aplicaciones en el análisis matemático, además las variaciones en la demanda serán sensiblemente proporcionales a las variaciones del precio, mientras estas sean una pequeña variación del precio. Además la función es decreciente, ya que un aumento en el precio será una disminución de la demanda de acuerdo al Cálculo Diferencial (Barrios y Carrillo, 2005).

Para definir la expresión $D = F(p)$, Cournot admite que D representa la demanda total y relativa a una unidad de tiempo un año, debido a que en este tiempo se reproducen todas las necesidades del hombre y los productos que de la naturaleza extrae y su trabajo además de ser la unidad natural de tiempo en las investigaciones económicas; p es el precio anual medio, la curva de demanda de esta función será “...la media de todas las que la representarían en diversas épocas del año” (Cournot, 1838:46).

Asimismo, Barrios y Carrillo (2005), indican que Cournot destaca el hecho de que en la función de demanda interviene otros factores, a parte del precio. La demanda depende evidentemente de la utilidad del bien, la naturaleza de los servicios que pueda proporcionar o de las satisfacciones que procura, de los hábitos y costumbres del pueblo, de la riqueza media y de la escala con arreglo a la cual este repartida la riqueza. Cournot además representa las curvas de oferta y demanda y expuso en términos gráficos y analíticos la formación del punto de equilibrio.

En 1841, Rau Heinrich Karl utilizó un diagrama para describir la formación del punto de equilibrio. Algunos economistas lo consideran el precursor del diagrama de las tijeras de Marshall. Karl, según Fernández (2003), tenía las ideas claras respecto al concepto de oferta,

demanda y punto de equilibrio competitivo a corto y largo plazo. Así mismo, aclara que el efecto de las variaciones de la Oferta y la Demanda sobre el precio del mercado depende de la pendiente de las curvas de oferta y demanda. Advierte que su análisis es válido solo bajo las condiciones de ceteris paribus, en el supuesto de que varíe solo el precio permaneciendo constante la necesidad de la mercancía y la renta del consumidor.

En 1870, Fleming publica en su obra *The Graphic Representation of the Laws of Supply and Demand, and their Application to Labour* curvas de oferta y demanda, tratándolas explícitamente como funciones, en donde representa en un sólo gráfico un sistema de dos ecuaciones (oferta y demanda) con dos incógnitas (precio en chelines y cantidad en quarters), además expresa simbólicamente a la demanda como $D = f(1/x)$, donde x es el precio, comenta que la dependencia de la demanda del precio puede ser válido en cualquier día en el mercado y la función oferta es $S = f(x)$, con lo que el precio x puede determinarse siempre que las cantidades demandas y ofertadas varíen según un precio fijo y exclusivamente como respuesta a cambios en el precio (Fernández 2003).

En 1874, Walras define y expresa matemáticamente y gráficamente la curva de la demanda, apoyándose en los trabajos de Cournot de la escuela francesa. Según, Zarategui (2002) la función de la demanda Warseliano es producto de un programa de maximización de la utilidad en el que los precios y las rentas son los parámetros, cuya expresión matemática es $x_i = D(p, m)$ donde $p = (p_1, \dots, p_n)$, la cual es homogénea de grado cero en p y x , convexa y cumple con la ley de Walras $p^* \cdot x = w$ para todo w .

En 1890, Marshall, a quien se le considera el autor central de la teoría de la demanda, presenta su opus magna “Principios de Economía”, presenta el mercado y las relaciones demanda, oferta y punto de equilibrio, evitó en su escrito la aplicación de la matemática, consideraba que estas eran un obstáculo en su objetivo para

presentar a la economía como un instrumento de cambio social. Todos sus análisis matemáticos los expone en un Apéndice Matemático al final de su obra, la función de demanda, en su forma Marshalliana, estudia la relación entre el precio y la cantidad, suponiendo constante a todo lo demás (p.122) y su forma matemática sería: $X = L(p, p_1, \dots, p_n, y, g, o)$, referido a relaciones primarias que afectan la demanda, la oferta y el precio de un bien, entre las cuales se encuentran el precio, el precio de otros bienes, los gustos, la renta o riqueza, etc (Ramos De Pacia, 2005).

Pero al suponer estas fuerzas constantes con la frase *ceteris paribus*, sin perder rigor analítico, esto se refiere a el precio de otros bienes, los gastos, la renta o riqueza, etc. constantes, la única variable que influye en la cantidad demanda es el precio, y la función demanda tomara la forma: $X = L(p)$. El aporte hecho por Marshall a través de su *ceteris paribus* ha sido de enorme utilidad, especialmente para la microeconomía moderna.

3. METODOLOGÍA

El estudio es de tipo exploratorio y descriptivo enmarcado en el enfoque Ontosemiótico. Este análisis semiótico permite identificar el sistema de entidades (lenguaje, situaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos), que se ponen en juego en el estudio del contenido matemático siguiente: Función Demanda, Función Oferta, curva de demanda, curva de oferta y Análisis del Punto de Equilibrio. La muestra analizada consistió en 14 registros escritos entre (3) tesis doctorales, (8) trabajos de investigación y (3) libros de textos. Este análisis se hizo dividiendo en épocas y aspectos resaltantes el contenido matemático pretendido.

El instrumento empleado para la identificación de las entidades matemáticas del significado histórico del contenido matemático referido fue una tabla de dos (2) columnas utilizadas por Chacón (2006:56) en la izquierda se colocan los elementos de las entidades matemáticas y en la columna de la derecha la descripción del significado

histórico para cada entidad matemática. Esto permite obtener información acerca de las características del significado institucional de referencia del contenido matemático pretendido.

4. RESULTADOS

En la tabla nº 1 se listan las entidades matemáticas puestas en juego en una parte del contenido matemático, dada la extensión de un análisis completo se destacan las ideas más importantes.

- El lenguaje empleado para los términos demanda, oferta y punto de equilibrio es verbal en un principio. Es una expresión que se emplea casi siempre para referirse a una cantidad presentada a la venta o una disposición subjetiva a vender, un “deseo” de poseer un bien. A partir de 1838, Cournot establece un concepto de riqueza el cual identifica con el término Valores Intercambiables. Complementa este término posteriormente con el de demanda, y para él demanda es lo mismo que ventas. A estas tres palabras las considera sinónimas y se pueden expresar mediante las siguientes igualdades: Valores intercambiables = Demanda = Ventas. Esto le permite enunciar la ley de la Demanda y define a la demanda como una Función que depende del precio. Posteriormente se definen función oferta y punto de equilibrio. Pueden observarse registros con un lenguaje en términos económicos y matemático, expresiones simbólicas, por ej. $D=f(P)$, notaciones y gráficas.
- Las situaciones surgen de la realidad para responder a las preguntas sobre valor de cambio, relación entre el precio y las cantidades, si los sindicatos pueden aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo entre otras.

- Las acciones empleadas por los diversos investigadores de estos tiempos se destacan operaciones algebraicas, técnicas del cálculo diferencial e integral, trazado de curvas, entre otras.
- Las propiedades empleadas: condiciones de ceteris paribus, axiomas sobre funciones, características de las funciones aplicando los criterios de la derivada de una función, continuidad, convexidad, la primera ley de Jenkin entre otras.
- Los argumentos encontrados: demostraciones algebraicas, formales deductivas, inductivas, razonamientos gráficos.

TABLA 1.
ENTIDADES MATEMÁTICAS DEL SIGNIFICADO INSTITUCIONAL DE REFERENCIA DEL CONTENIDO
DEMANDA, OFERTA Y PUNTO DE EQUILIBRIO.

| Entidades | Descripción | | |
|-----------|--|---|--|
| | Demanda | Oferta | Punto de equilibrio |
| Lenguaje | <p>Términos y expresiones Valor de uso, Valor de cambio, deseos, Demanda, demandar, Cantidades demandadas, Demanda efectiva, bien Demanda potencial, Demanda Anual o ventas, Ley de demanda o ventas, Precio, Función continua, Función decreciente, Variaciones de la Demanda, Disminución de la demanda, renta, Demandantes, comprador, ley de decrecimiento de la utilidad marginal, función demanda, ceteris paribus, elasticidad de la demanda, Valores intercambiables;</p> <p>Notación: $D=f(p)$; $X=L(p)$; $D=f(1/x)$; $x_i=D(p, m)$ $p=(p_1, \dots, p_n)$=precio $x=p$=precio; p=precio anual medio; $X=L(p, p, \dots, p_i, \dots, p, y, g, o)$, p, \dots, p_i.. p= precio de otros bienes, y= renta; g= gustos; o=otros</p> <p>Gráficos: Curva de demanda, demanda individual de mercado, desplazamiento de la Demanda, Diagrama de las tijeras de Marshall.</p> | <p>Términos y expresiones Oferentes, variaciones de la Oferta, precio del mercado, Curvas de oferta, costos de producción, ceteris paribus, necesidad de la mercancía, la renta del consumidor, poseedores, cantidades ofertadas, venderse, Función oferta, $S=f(x)$, $S=f(A+x)$</p> <p>Notación: x es el precio P precio</p> <p>Gráficos: Representación gráfica de la curva de oferta.</p> | <p>Términos y expresiones Oferta, Demanda, cantidades ofertadas, cantidades demandadas. Precio de Equilibrio Punto de equilibrio. Excedente, escasez costos de producción, igualar. Desplazamiento de la Oferta y la Demanda, Curva de demanda y curva de oferta, elasticidad de la demanda, la cuasi-renta, el bien complementario y bien sustituto, economías externas y economías internas.</p> <p>Gráficas Diagramas de la Oferta y Demanda Diagrama de las tijeras de Marshall.</p> |

| Entidades | Descripción | | |
|----------------------|--|---|---|
| | Demanda | Oferta | Punto de equilibrio |
| Situaciones | Problemas extra-matemáticos para representar las curvas de demanda. - encontrar las condiciones de crecimiento o decrecimiento, de una función, continua | Ejemplos gráficos de la curva de oferta Ejercicios numéricos Problemas contextualizados en para el pago de salarios | Si pueden los sindicatos aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces, fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo. La determinación simultánea del equilibrio parcial de cada mercado. |
| Acciones | -Ejemplos numéricos - Obtener la Curva de Demanda -Determinar si la función es decreciente aplicando el criterio de la primera derivada. Reglas de derivación | -Obtener la Curva de Demanda y oferta. . Aplicar los criterios de la primera derivada | Dibujar la curva de oferta y demanda en un mismo gráfico. |
| Conceptos | Conceptos Previos Teoría del valor, Teoría de la Utilidad Marginal Ceteris Paribus. Demanda efectiva, Demanda potencial, Función. Función Utilidad Conceptos definidos Función Demanda Desplazamiento de la Demanda Curva de demanda | Conceptos Previos Costos de producción Vender, Utilidad Conceptos definidos Oferta , Ley de oferta | Conceptos Previos Oferta, demanda. Conceptos definidos Punto de equilibrio. Precio de equilibrio. Excedente. Escasez, Variación de la oferta y la demanda |
| Proposiciones | -Criterios para representar gráficamente una función. -Propiedades de las funciones. -Reglas de derivación. -Criterios de la primera derivada y segunda derivada de una función. -Característica de la pendiente de una recta. -Condiciones de Ceteris Paribus. | Las propiedades de la derivada Criterios de la primera derivada Relación entre la cantidad ofertada x y el precio p. Cláusula "ceteris paribus" Criterios para representar gráficamente una función. Característica de la pendiente de una recta | El equilibrio parcial sostiene que el precio de mercado es aquel en donde se cruzan las curvas de oferta y demanda. Las fuerzas del mercado se pueden ver afectado por algunas situaciones. |
| Argumentos | Razonamientos gráficos. Deductivos a partir de la definición. Inductivos. Cálculo diferencial | Razonamientos gráficos. Deductivos a partir de la definición y del signo de la primera derivada | Razonamientos gráficos, deductivos |

Fuente: El esquema es una adaptación del propuesto en "Análisis del proceso de Instrucción del algebra Abstracta en la Universidad Nacional Abierta desde una Perspectiva Semiótica-Didáctica" por Chacón (2006:56)

5. CONCLUSIONES

En la Economía los objetos función afín y ecuación lineal han evolucionado históricamente ligado a diferentes niveles de obstáculos, a saber: las creencias y convicciones, de esquemas de pensamiento y de conocimiento. Cabe destacar que, las funciones y en general el análisis funcional desempeñó un papel primordial en la formulación matemática de ciertos modelos económicos, particularmente la función afín y la ecuación lineal ha permitido analizar un fenómeno y establecer conclusiones en términos matemáticos, que luego deben contrastarse con la situación real, ya que las conclusiones e interpretaciones basadas en el modelo matemático deben ofrecer soluciones, explicaciones y probablemente pronósticos del comportamiento futuro de la situación o hecho económico.

En el significado histórico se destaca la utilización de un lenguaje verbal, gráfico y notacional. En cuanto a lo situacional surge de la realidad para responder a las preguntas: valor de cambio, relación entre el precio y las cantidades, si pueden los sindicatos aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces, fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo entre otras.

En cuanto a las proposiciones empleadas por los diversos investigadores de estos tiempos nos encontramos con los condiciones de ceteris paribus, axiomas de funciones, características de las funciones aplicando los criterios de la derivada de una función, continuidad, convexidad. En las primeras investigaciones se observa poco rigor matemático, actúa más como instrumento técnico, sin embargo, los conceptos y relaciones económicas van adquiriendo rigor y claridad en la expresión de los mismos logrando expresar la relación de dependencia entre las magnitudes cuantificables y diversos teoremas económicos. Entre los argumentos encontrados se pueden mencionar los siguientes: demostraciones algebraicas, formales deductivas, inductivas y razonamientos gráficos.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alvarado Martínez, Hugo. (2007). **Significados institucionales y personales del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería**. Tesis Doctoral. Editorial Universidad de Granada. Granada. 2007.
- Barrios García, Javier y Carrillo Fernández, Marianela. (2005). **Análisis de Funciones en economía y empresas: un enfoque interdisciplinario**. España: Ediciones Díaz de Santos.
- Cámara Sánchez, Ángeles. (2000). **“Aportaciones de la Matemática a la metodología económica.”** Universidad Rey Juan Carlos de Madrid 28032 Vol. 12, Supl. nº 2, pp. 103-107. Madrid (España).
- Chacón Guerrero, Ramón. (2006). **Análisis del proceso de instrucción del Algebra abstracta en la Universidad Nacional abierta, desde una perspectiva Semiótica- Didáctica. Barinas 2006**. Tesis (Msc En educación Abierta y a Distancia). Universidad Nacional Abierta, 2006.
- Cournot, Antoine. (1838). **Researches into the Mathematical Principles of the theory of wealth**. New York. The Macmillan Company.
- Dalcin, Mario y Olave, Mónica. (2007) **“Ecuaciones de primer grado: su historia”**. Acta latinoamericana de Matemática Educativa Vol.20 Editora Cecilia Crespo C., Editorial Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Fernández, Adelmo (2003). **Aplicaciones de las Funciones a las Ciencias Administrativas**. Matemática I. Módulo IV. Universidad Nacional Abierta.
- García de Diego, Luis (1969). **Los supuestos básicos de la función demanda**. [Documento en línea].

- Disponible en: http://www.cepc.es/rap/publicaciones/revistas/11/resp_053_109.pdf. [Consulta: 2009, febrero 07].
- García Jaén, Manuel y Molina Morales, Agustín (1994). **“La economía matemática y la controversia sobre la utilización de las matemáticas en la economía”**. Cuadernos 26, 1994, pp25-46.
- Gascón, José. (2008). **Historia de las Matemáticas**. Selección de lecturas, UNA. Caracas 2008.
- Godino, Juan. (2002). **“Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática”**. Recherches en Didactique des Mathematiques, 22(2/3), 237-284.
- Godino, Juan. (2003). **Teorías de las Funciones Semióticas: Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática**. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Godino, Juan; Contreras, Miguel y Font, Vincet. (2006). **“Análisis de los Procesos de la Instrucción Basado en el Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición Matemática”**. Recherches en Didactique des Mathematiques, 26(1), 39-88.
- González, Concepción y Gil, María. (2000). **¿Tiene límite el uso...?**. Rect@ Volumen 2 (2000) 36 disponible en www.uv.es/asepuma/recta/ordinarios/dos/trab2.pdf. [Consulta: 2009, febrero 07].
- Ramos De Pacía, Ana Beatriz. (2005). **Objetos Personales Matemáticos y Didácticos del Profesorado y Cambios Institucionales**. Programa de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Matemática. Universidad de Barcelona. España.
- Ruiz Higuera, Luisa. (1998). La noción de función: **Análisis epistemológico y didáctico**. Universidad de Jaén. Servicios de publicaciones. (Colección Juan Pérez de Moya). ISBN 84-89869-21-9.
- Scheifler, Xavier. (1995). Historia del Pensamiento Económico. (5º edición). México. Trillas.
- Valdivé, Carmen. (2006). **Seminario Avanzado de Educación Matemática**. Material Mimeografiado Universidad Pedagógica Experimental Libertador Barquisimeto.
- Vázquez, Andrés. (2002). **“Kart Heinrich Rau y el Diagrama Marshalliano de la Oferta y la Demanda”** Revista de Historia Económica Año XX, Invierno, N° 1. Departamento de Economía Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.
- Zaratiegui, Jesús. (2002) **“¿Por qué es preferible la función de demanda Marshalliana a la de Walras?”** Cuadernos de CC.EE., N° 42, pp. 111-121